○ 陈应时

"京房六十律"中的三种音差

摘　要："音差"是指相邻两律或不同律制相同音程之间微小的律高差。"京房六十律"中存在着三种音差：(1) 23.46音分的"京房最大音差"；(2) 3.615音分的"京房一日音差"；(3) 19.845音分的"京房减一日音差"。

关键词：京房六十律；京房最大音差；京房一日音差；京房减一日音差

中图分类号：J613.4　**文献标识码**：A　**文章编号**：1002－9923(2007)01－0034－04

"音差"是指相邻两律或不同律制相同音程之间微小的律高差。

在我国最早发现音差者，当数汉代的律学家京房（前77~前37)。在京房之前的三分损益法，《管子·地员篇》只生五律，其后《吕氏春秋》、《淮南子》、《史记》只止于生十二律。但当京房按三分损益法生出的第12律"仲吕"再"三分益一"生第13律"执始"时，却发现此律和第1律黄钟的律数不相吻合。为了实现"黄钟自冬至始，及冬至而复"[1]和《礼记·礼运》所说"五声、六律、十二管还相为宫"[2]，于是他就继续生律，直至生到第54律"色育"时，虽和始发律"黄钟"已非常接近，但还有差距。这个差距，京房称其为"一日"。

对于京房所谓的"一日"音差，日本学者田边尚雄最早在《音乐原理》一书中称其为"京氏音差"，并采用他所首创的"平均音程值"[3]，把它定作"0.01781"[4]（合3.562音分——陈注，下同）；王光祈从田边尚雄[5]；其后吴南薰将此音差一作"4.8陌"（即4.8音分），一作"6陌"（即6音分)[6]；潘怀素在探讨"二十三不等分纯正律"时，把此音差作"3.615音分"[7]。笔者在《为"京房六十律"申辩》[8]和《律学四题》[9]中曾按《后汉书·律历志》所载"京房六十律"的律数推算，得出京房的"一日音差"有3.6295、3.632、3.6402、3.6495、3.6246、3.6315和3.6403七种音分数。为取简便，就把此音差作3.6(+)音分。但现在看来，上述对于"京房六十律"中音差的推算，都是有问题的。现分述于下：

(1) 京房的"一日"音差，在"京房六十律"中并非只有色育律和黄钟律之间的一个，其它尚有第55、56、57、58、59、60次三分损益生出的谦待、未知、白吕、南授、分乌、南事各律分别和林钟、太簇、南吕、姑洗、应钟、蕤宾之间的音差，一共有七个。故田边尚雄、王光祈、潘怀素只计算色育律和黄钟律之间的一个音差是不够的。吴南薰计算出了两个音差，但其计算有误，故所得结果亦有误。笔者在前文中虽然推算了这七个音差音分数，但由于所据《后汉书·律历志》所载"京房六十律"的律数，除最初生出的12律之外，其余的48律都不是精确的实数，故所得各个音差的音分数参差不齐，亦存在问题。

我们知道，《管子·地员篇》所载三分损益法因只生五律，故其始发律黄钟的律数是："凡将起五音，凡首，先主一而三之，四开以合九九，以是生黄钟小素之首，以成宫"[10]，亦即 (1x3) 4=81。由于生五律需四次三分损益，每次三分损一或三分益一，都要用3作为除数，故预先设定为"四开以合九九"（即3的四次乘方）之后，所得五音的律数全是不带小数点的整数：

(1) $(1\times3)^4=81$（宫）

(2) $81\times\frac{4}{3}=108$（徵）

(3) $108\times\frac{2}{3}=72$（商）

收稿日期：2006－11－09

作者简介：陈应时 (1935－)，男，音乐学家，上海音乐学院教授，博士生导师。

(4) $72\times\frac{4}{3}=96$（羽）

(5) $96\times\frac{2}{3}=64$（商）

生五律需四次三分损益，生十二律则需十一次三分损益，故《淮南子·天文训》制定了生十二律的乘方："置一而十一三之为积分十七万七千一百四十七，黄钟大数立焉"[11]。有了这个$(1\times3)^{11}=177147$的黄钟大数，所得十二律的律数亦全是不带小数点的整数（算式从略）。

"京房六十律"生律时要用到59次三分损益，其黄钟大数应该是3的59次乘方。可能是由于受当时的计算条件的限制，京房在生六十律时没有采用3的59次乘方之积为黄钟的大数，而仍采用了生十二律的黄钟大数177147，故自第13次生出来的"执始"律起，所有48律的律数就不可能成整数。但京房在计算中只取各律前六位的整数，其后的小数均舍去不用，于是造成了这些律数的不精密，就出现了笔者据以推算出同为京房"一日音差"的七种音分数。

(2) "京房六十律"是由京房在发现了按三分损益法生出的第12律"仲吕"再"三分益一"生律时回不到黄钟本律而继续生律的。在《后汉书》列出的"京房六十律"表中，始发律黄钟的律数是177147，第13次生出的"执始"律律数是174762 [11]，两者之间的差数为177147-174762=2385，这个数字虽然和后来南朝宋律学家何承天计算出的"不足二千三百八十四，三分之一"[12]多了"三分之二"（这是由于京房在"执始"的律数174762后省略了"三分之二"所致），严格地说京房的计算没有何承天那样精密，但是从我国律学史的角度来看，这个今天所说"最大音差"的最早发现者仍应归于京房。这一点，过去没有引起我们的注意。

(3) 在"京房六十律"中，自第13次生出"执始"律起，每生一律就产生一个"最大音差"的律间，至第54次生出"色育"律时，就将"黄钟"和"执始"的一个"最大音差"律间变成了"黄钟"和"色育"、"色育"和"执始"两个律间，因此又产生了"黄钟"和"色育"、"色育"和"执始"两个律间的两种音差，同样的情况亦发生在第55、56、57、58、59、60次生律之后，原来的林钟、太簇、南吕、姑洗、应钟、蕤宾六律分别和第14、15、16、17、18、19次生出的去灭、时息、结躬、变虞、迟内、盛变六律之间。过去我们只注意到"黄钟"和"色育"之间的音差，却忽视了"色育"和"执始"之间的音差，同样也忽视了第55、56、57、58、59、60次生律之后它们和去灭、时息、结躬、变虞、迟内、盛变六律之间的音差。

(4) "京房六十律"是原十二律的再细分，因此，原来11个律间中的每一个律间又被细分成4、5、6个律间，如原来黄钟和大吕的律间中插入了色育、执始、丙盛、分动、质末五律，因此就有了6个律间；原来蕤宾和林钟的律间中插入了南事、盛变、离宫、制时四律，因此就有了5个律间（应钟之后虽亦插入四律，但因无半律黄钟，故仍为4个律间）；原来大吕和太簇的律间中插入了分否、凌阴、少出三律，因此就有了4个律间。在原十二律中除黄钟外的其余11律和前一律构成的律间，其音差小于"最大音差"。这一点，过去我们也没有注意。

基于以上原因，笔者认为有必要对"京房六十律"的律数重作推算。现不妨将"京房六十律"的黄钟律大数按59次三分损益需要，设其为：

$(1\times3)^{59}=14130386091738734504764811067$

根据这个黄钟律的大数，就可以得到完全成整数的六十律律数，从而再据以计算相邻律间的音差，就可得到更为精确的数据。下表中将六十律按十二律分十二部，律名前括号内为生律次序的编号。

1 黄钟部

(1) 黄钟 14130386091738734504764811067

律间音分 3.6150458655331404577968350811297

(54) 色育 14100910759985034693772836864

律间音分 19.844964519115872476043957767426

(13) 执始 13940196302629111483747270656

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(25) 丙盛 13752566397987380728229265408

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(37) 分动 13567461922712037398774022144

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(49) 质末 13384848885454544650729684992

律间音分 19.844964519115872476043957767426

2 大吕部

(8) 大吕 13232295709136226916213229568

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(20) 分否 13054193885589584050623873024

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(32) 凌阴 12878489246949316749617528832

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(44) 少出 12705149527990056055184818176

律间音分 19.844964519115872476043957767426

3 太簇部

(3) 太簇 12560343192656652893124276504

律间音分 3.6150458655331404577968350811297

(56) 未知 12534142897764475283353632768

律间音分 19.844964519115872476043957767426

(15) 时息 12391285602336987985553129472

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(27) 屈齐 12224503464877671758426013696

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(39) 隋期 12059966153521811021132464128

律间音分 23.460010384649012933840792848556
(51) 形晋 11897643453737373022870831104
律间音分 19.844964519115872476043957767426

4 夹钟部

(10) 夹钟 11762040630343312814411759616
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(22) 开时 11603727898301852489443442688
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(34) 族嘉 11447545997288281555215581184
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(46) 争南 11293466247102272049053171712
律间音分 19.844964519115872476043957767426

5 姑洗部

(5) 姑洗 11164749504583691460554912448
律间音分 3.6150458655331404577968350811297
(58) 南授 11141460353568422474092118016
律间音分 19.844964519115872476043957767426
(17) 变虞 11014476090966211542713892864
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(29) 路时 10866225302113486007489789952
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(41) 形始 10719969914241609796562190336
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(53) 依行 10575683069988776020329627648
律间音分 19.844964519115872476043957767426

6 中吕部

(12) 中吕 10455147226971833612810452992
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(24) 南中 10314424798490535546171949056
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(36) 内负 10175596442034028049080516608
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(48) 物应 10038636664090908488047263744
律间音分 19.844964519115872476043957767426

7 蕤宾部

(7) 蕤宾 9924221781852170187159922176
律间音分 3.6150458655331404577968350811297
(60) 南事 9903520314283042199192993792
律间音分 19.844964519115872476043957767426
(19) 盛变 9790645414192188037967904768
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(31) 离宫 9658866935211987562213146624
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(43) 制时 9528862145992542041388613632
律间音分 19.844964519115872476043957767426

8 林钟部

(2) 林钟 9420257394492489669843207378
律间音分 3.6150458655331404577968350811297
(55) 谦待 9400607173323356462515224576
律间音分 19.844964519115872476043957767426
(14) 去灭 9293464201752740989164847104
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(26) 安度 9168377598658253818819510272
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(38) 归嘉 9044974615141358265849348096
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(50) 否与 8923232590303029767153123328
律间音分 19.844964519115872476043957767426

9 夷则部

(9) 夷则 8821530472757484610808819712
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(21) 解形 8702795923726389367082582016
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(33) 去南 8585659497966211166411685888
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(45) 分积 8470099685326704036789878784
律间音分 19.844964519115872476043957767426

10 南吕部

(4) 南吕 8373562128437768595416184336
律间音分 3.6150458655331404577968350811297
(57) 白吕 8356095265176316855569088512
律间音分 19.844964519115872476043957767426
(16) 结躬 8260857068224658657035419648
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(28) 归期 8149668976585114505617342464
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(40) 未卯 8039977435681207347421642752
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(52) 夷汗 7931762302491582015247220736
律间音分 19.844964519115872476043957767426

11 无射部

(11) 无射 7841360420228875209607839744
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(23) 闭掩 7735818598867901659628961792
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(35) 邻齐 7631697331525521036810387456
律间音分 23.460010384649012933840792848556
(47) 期保 7528977498068181366035447808
律间音分 19.844964519115872476043957767426

12 应钟部

(6) 应钟 7443166336389127640369941632
律间音分 3.6150458655331404577968350811297
(59) 分乌 7427640235712281649394745344
律间音分 19.844964519115872476043957767426

(18) 迟内7342984060644141028475928576

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(30) 未育 7244150201408990671659859968

律间音分 23.460010384649012933840792848556

(42) 迟时 7146646609494406531041460224

由上表可知，"京房六十律"的 59 个律间中共有三种类型的音差：

第一种：为"京房最大音差"，是京房最先发现的音差。自第 13 次生"执始"律起至第 54 次生"色育"之前，每一次三分损益生律，就产生这样一个音差，共 34 个。其律间音分为：

23.460010384649012933840792848556

以四舍五入保留小数点后三位数，为 23.46 音分；

第二种：为"京房一日音差"，这是第 54 次生出"色育"律后和黄钟律之间产生的音差，第 55、56、57、58、59、60 次生出的谦待、未知、白吕、南授、分乌、南事各律分别和林钟、太簇、南吕、姑洗、应钟、蕤宾之间的音差亦与之相同，其律间音分为：

3.6150458655331404577968350811297

以四舍五入保留小数点后三位数，为 3.615 音分；

第三种：为"京房减一日音差"，即这一音差相当于"京房最大音差"减去"京房一日音差"，共 7 个。但"京房六十律"中前律部最后一律和后律部第一律的 11 个律间，其音差和"京房减一日音差"相同，故此类音差总共 18 个。其律间音分为：

19.844964519115872476043957767426

以四舍五入保留小数点后三位数，为 19.845 音分。

注　释：

① [唐] 房玄龄注：《管子》，上海古籍出版社 1989 年版，第 173 页。

参考文献：

[1][晋]司马彪.后汉书·历律志[M].北京：中华书局，1965.3000.

[2][清]阮元(校刻).十三经注疏·礼记[M].北京：中华书局，1980.1423.

[3]缪天瑞.律学(第三次修订版)[M].北京：人民音乐出版社，1997.39-40.

[4][日]田边尚雄.音乐原理[M].东京：内田老鹤圃发行所，1922.337.

[5]王光祈.东西乐制之研究[M].北京：音乐出版社年重印本，1958.48-49.

[6]吴南薰.律学会通[M].北京：科学出版社，1964.119.

[7]曲澄.潘怀素的乐律研究简介.音乐论丛[M].北京：人民音乐出版社，1980,(3).

[8]陈应时.为"京房六十律"申辩[J].艺苑(音乐版)，1986,(1):9-10.

[9]陈应时.律学四题[J].中国音乐，1992,(2):30.

[10][唐]房玄龄.管子[M].上海：上海古籍出版社，1989.173.

[11][晋]司马彪.后汉书·历律志[M].北京：中华书局，1965.3003.

[12][梁]沈约.宋书·历律志[M].北京：中华书局，1974.211.

(上接第 22 页)

在，但应该说礼乐的观念一直延续，这也就是贯穿其后整个封建社会的礼乐观。即便是在当下，历史上的礼乐观念也还以礼俗的形式而顽强地存活在乡村社会之中。中华民族的礼乐文化（礼乐思想、礼乐观念、礼乐实践）一直持续，这种作用于祭祀、仪式、典礼、道路、仪仗、卤簿中的礼乐与供欣赏、审美、娱乐所用的音乐一直是并行不悖，这也恰恰是音乐文化的最为重要的两种功能性，即社会功能和审美娱乐功能。当金石之乐不再具有周代普遍意义上重器功能的时候，特别是金石之乐不再作为礼乐器之标准器的时候，在"士"以上的社会群体之中，重器功能的缺失应该是导致金石之乐走向衰微的最为重要的原因。毕竟秦朝以下在没有国家配给的情况下，卿、大夫、士的阶层每年数百石的俸禄是不可能承受已经形成了内部扩充之后的所谓判悬、特悬之制的金石之乐的，重器功能普遍意义的缺失，是礼乐器整体转型的根本所在。这显现出礼乐观念对于代表性乐器使用的内在变化。

参考文献:

[1]郑樵.通志(卷四十九·乐略第一)[M/CD]四库全书全文电子检索版,上海人民出版社.

[2]周礼注疏(卷二十三)[M/CD].四库全书全文电子检索版,上海人民出版社.

[3]安作璋.山东通史[M].山东人民出版社,1993.

[4]中国音乐史图鉴[M].人民音乐出版社.

[5]国语·周语(卷三)[M/CD].四库全书全文电子检索版,上海人民出版社.

[6]临沂花园村西周墓[A].中国音乐文物大系·山东卷[C].大象出版社,2001.60.

[7]十三经注疏[M].中华书局,1980.1538.

[8]潞河墓地[A].中国音乐文物大系·山西卷[C].大象出版社,2000

[9][10][11]中国音乐文物大系·山西卷[M].大象出版社,2000.

[12]论语·季氏[A].十三经注疏[C].中华书局,1980. 2521.